

Модуль 1 – «Основы радиотехники»

Практическая работа 3. Тема – «Фильтр нижних частот»

Задание: построить АЧХ однозвенного и двухзвенного фильтра нижних частот в соответствии с рисунком 2а,б, используя программу моделирования схем Electronics Workbench. $R1 = R2 = 1$ кОм, и $C1 = C2 = 1$ мкФ. Последовательно откомментируйте выполнение задания, сделав соответствующие скрин шоты.

Теоретические сведения:

В радиоэлектронных устройствах широкое применение находит такой вид линейных цепей, как электрические фильтры, предназначенные для выделения (пропускания) или подавления (ослабления) сигналов с заданным спектром частот. Область частот, в которой фильтры обладают малым ослаблением (затуханием), называется полосой пропускания. Область частот, в которой фильтры существенно ослабляют сигнал, определяется как полоса заграждения.

Электрические фильтры - это устройства, которые пропускают на выход сигналы одних частот и не пропускают сигналы других частот.

По характеру расположения полосы пропускания и полосы заграждения различают следующие типы фильтров: фильтр нижних частот (ФНЧ), верхних частот (ФВЧ), полосовой (полосно-пропускающий) и режекторный (полосно-заграждающий). По виду [АЧХ](#) фильтры разделяются на фильтры нижних частот (НЧ), верхних частот (ВЧ), полосовые фильтры (ПЧ) и др.

Фильтры могут быть однозвенные (первого порядка), двухзвенные (второго порядка) и многозвенные (n-го). Чем выше порядок фильтра, тем круче его амплитудно-частотная характеристика и тем более она похожа на его идеальную характеристику. Фильтр любого порядка можно построить путем каскадного соединения фильтров первого и второго порядков.

Фильтры нижних частот (НЧ).

Фильтр нижних частот без изменения передает сигнал нижних частот, включая и нулевую частоту (постоянный сигнал), а на высоких частотах обеспечивает затухание сигналов. На рис.2.3, а изображена схема простого фильтра НЧ. Сопротивление емкости C

зависит от частоты входного сигнала и равно $x_C = 1 / \omega C$. Емкость C вместе с резистором R образуют делитель напряжения. Для частоты $\omega = 0$ сопротивление емкости равно бесконечности. И весь сигнал с входа схемы поступает на выход. С увеличением частоты сопротивление емкости уменьшается, и все большая его часть будет замыкаться на землю. И в пределе, когда $\omega = \infty$, сопротивление емкости будет равно 0, напряжение на выходе также будет равно 0. Таким образом, схема обладает свойствами фильтра НЧ.

Для расчета частотной характеристики схемы воспользуемся методом комплексных амплитуд. По схеме рис.2.3,б, используя формулу для делителя напряжения, найдем выходной сигнал

$$\dot{U}_{\text{ВЫХ}} = \dot{U}_{\text{ВХ}} \frac{Z_c}{Z_r + Z_c} = \dot{U}_{\text{ВХ}} \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \dot{U}_{\text{ВХ}} \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Отсюда найдем комплексный коэффициент передачи

$$A(j\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{U}_{\text{ВХ}}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega T}$$

где $T = RC$ – постоянная времени RC – цепочки.

АЧХ представляет собой модуль комплексного коэффициента передачи

$$A = |A(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

а φ аргумент комплексного коэффициента передачи $\varphi = -\arctg(\omega RC)$

На рис.1 показаны частотные характеристики ФНЧ для $R = 1$ кОм, и $C = 1$ мкФ.

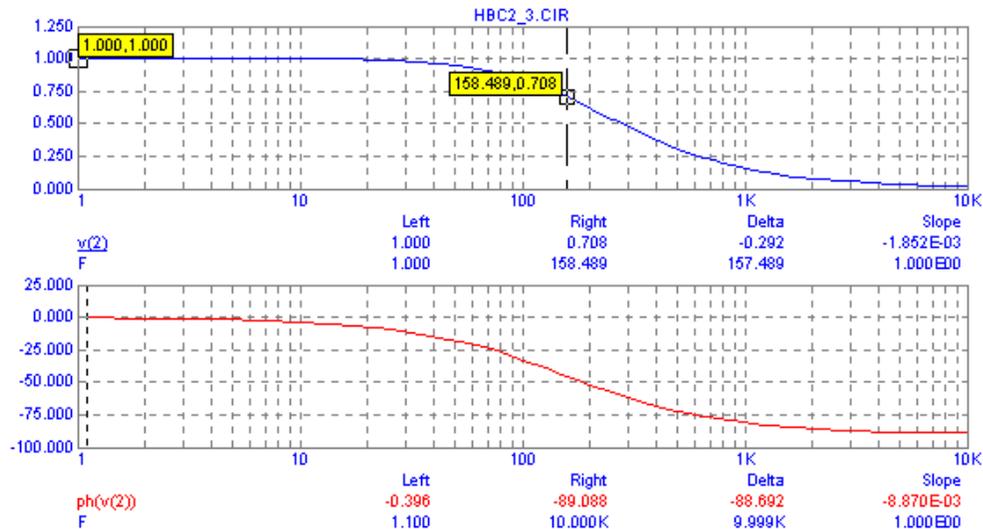


Рисунок 1. Частотные характеристики фильтра нижних частот

На АЧХ фильтра можно выделить три области частот: полосу пропускания, переходную область, и полосу подавления сигнала. В полосе пропускания допускается снижение коэффициента передачи в $1/\sqrt{2}=0,707$ раза. На АЧХ рис.1 такое уменьшение коэффициента передачи происходит на частоте $158,489 \approx 159$ Гц. Частота, на которой коэффициент передачи уменьшается в $1/\sqrt{2}=0,707$ раз, называется *частотой среза*. Частота среза разделяет область пропускания фильтра от переходной области. Полоса пропускания фильтра НЧ лежит от 0 Гц до частоты среза f_c . Частота среза RC –фильтра НЧ равна $f_c = 1/2\pi RC$ или круговая частота среза $\omega_c = 1/RC = 1/T$. В этом легко убедиться, если в формулу АЧХ фильтра вместо ω подставить $\omega_c = 1/RC$, то получим $A = 1/\sqrt{2}=0,707$. Это означает, что на частоте $\omega_c = 1/RC$, коэффициент передачи уменьшился в $1/\sqrt{2}=0,707$ раз. Частота, которая разделяет переходную область фильтра от полосы подавления сигнала, не нормируется. Она определяется в зависимости от требований, предъявляемых к АЧХ фильтра в конкретном применении. Для сравнения различных фильтров эта частота иногда определяется на уровне 0,01 от коэффициента передачи на нулевой частоте.

Если собрать делитель напряжения из пары пассивных двухполюсников разного типа, например из резистора и конденсатора, то возникает цепь, попадающая под понятие пассивный четырехполюсник.

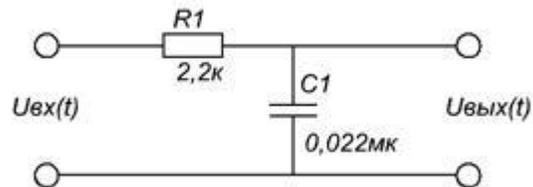
Очевидно, что выходное напряжение должно зависеть от частоты входного напряжения в результате изменения емкости конденсатора.

Фаза выходного напряжения при изменении частоты также не останется неизменной, так как вклад в полное сопротивление цепи со стороны компонента (конденсатора), у которого имеется фазовый сдвиг между током и напряжением, будет разным для разных частот.

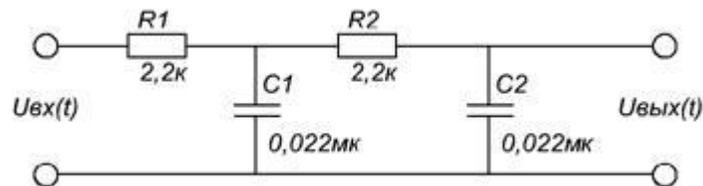
Выведем зависимости, называемые соответственно амплитудно-частотной и фазочастотной характеристиками четырехполюсника для каждого из исследованных фильтров.

Однозвенный фильтр нижних частот

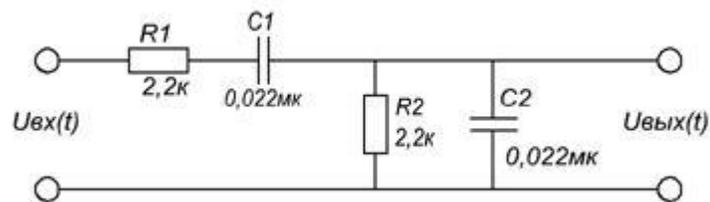
Данный фильтр (рис. 2, а) является делителем напряжения, к которому не подключена никакая нагрузка. Такой делитель называют идеальным делителем напряжения (ИДН). Выходное напряжение U_2 представляет собой в данном ИДН падение напряжения на конденсаторе C и поэтому зависит от частоты.



а



б



в

Рис. 2. Исследуемые однозвенный (а) и двухзвенный (б) фильтры нижних частот, фильтр Вина (в)

Согласно формуле делителя напряжения, отношение выходного к входному напряжений можно выразить через комплексные сопротивления, аналогично резистивному делителю напряжений:

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{U}_{\text{вх}}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (1)$$

Произведение RC выражается в секундах, тогда единицей измерения $1/RC$ как и для угловой частоты будет секунда в минус первой степени. Обозначим тогда эту величину как ω_0 и подставим в формулу (1):

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (2)$$

Для устранения мнимого числа в знаменателе умножим числитель и знаменатель в (2) на сопряженное знаменателю комплексное число:

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \quad (3)$$

Из (3) можно найти АЧХ, как модуль данного выражения, и ФЧХ как арктангенс отношения аргументов мнимой и вещественной части:

$$K(\omega) = \frac{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}; \quad \varphi(\omega) = \arctg\left(-\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (4)$$

Графическое представление полученных амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик представлено совместно с практическими результатами на рис.

Двухзвенный фильтр нижних частот

Для данного фильтра (рис. 1, б) мы можем воспользоваться тем фактом, что для исследуемых синусоидальных сигналов из правила перемножения экспоненциальных зависимостей вытекают два важных свойства последовательных соединений двух и более четырехполюсников – результирующая АЧХ получается путем перемножения АЧХ отдельных четырехполюсников, а результирующая ФЧХ образуется сложением ФЧХ последовательных четырехполюсников:

$$\begin{aligned} K(\omega) &= K_1(\omega) \cdot K_2(\omega); \\ \varphi(\omega) &= \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega). \end{aligned} \quad (5)$$

В предыдущем пункте мы рассчитали АЧХ и ФЧХ для одного звена.

Воспользовавшись правилами (5), получим:

$$\begin{aligned} K(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}; \\ \varphi(\omega) &= \operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega}{\omega_0}\right) + \operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega}{\omega_0}\right) = 2 \cdot \operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega}{\omega_0}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

Стоит сказать, что поскольку в данном фильтре всего два звена, выражения (5) описывают его довольно хорошо, что подтверждают рис. 5 и 6. В случае большего числа звеньев делители напряжения еще более неидеальны, так как их выходы шунтируются выходами последующих звеньев, но на примере двухзвенного фильтра таким образом мы показали простой способ оценки усиления.

Фильтр Вина

Аналогично начальным выкладкам, данный фильтр (рис. 1, в) можно рассматривать как делитель напряжения с комплексными сопротивлениями, представленными последовательным и параллельным соединением резистора и конденсатора. Поэтому:

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{U}_{\text{вх}}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{R}{j\omega RC + 1}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{j\omega RC + 1}} = \frac{R}{j\omega R^2 C + R + R + \frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{1}{3 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega RC}}$$

Как и ранее, произведение обозначаем величину $1/RC$ как ω_0 и, подставляя, получаем:

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{1}{3 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (7)$$

Из (7) можно найти АЧХ, как модуль данного выражения, и ФЧХ как арктангенс отношения аргументов мнимой и вещественной части:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{9 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}; \quad \varphi(\omega) = \arctg\left(-\frac{1}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right) \quad (8)$$

Характеристики однозвенного фильтра нижних частот

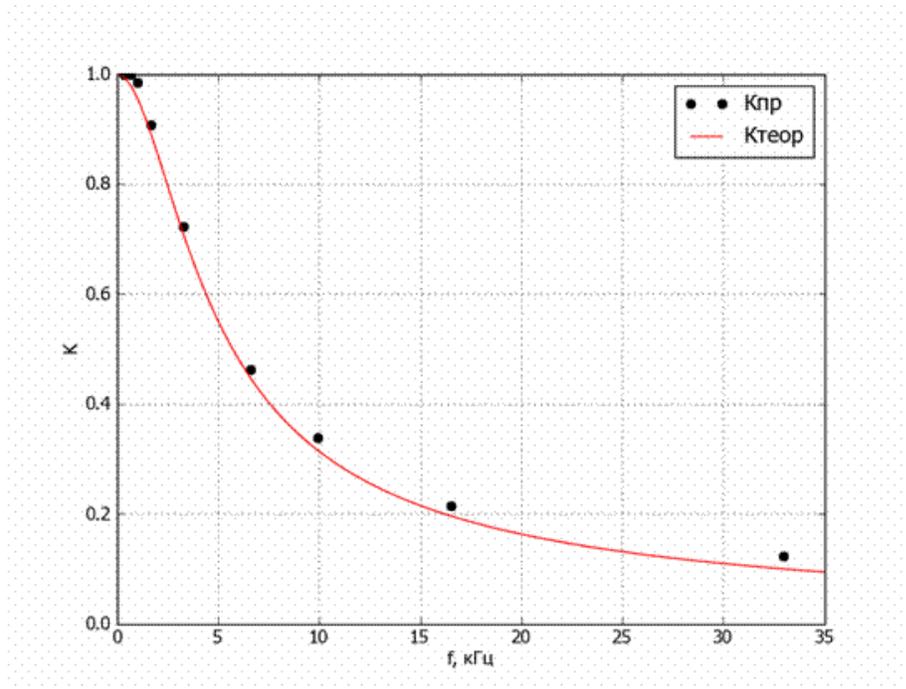


Рис. 3. Теоретическая (1) и экспериментально полученная (2) АЧХ однозвенного RC-фильтра нижних частот

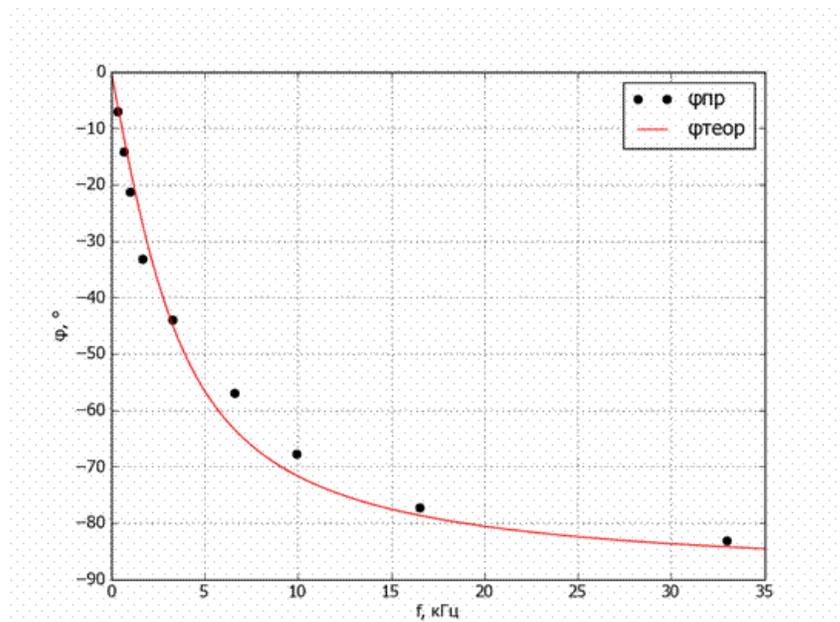


Рис. 4. Теоретическая (1) и экспериментально полученная (2) ФЧХ
однозвенного RC-фильтра нижних частот

Характеристики для двухзвенного фильтра нижних частот

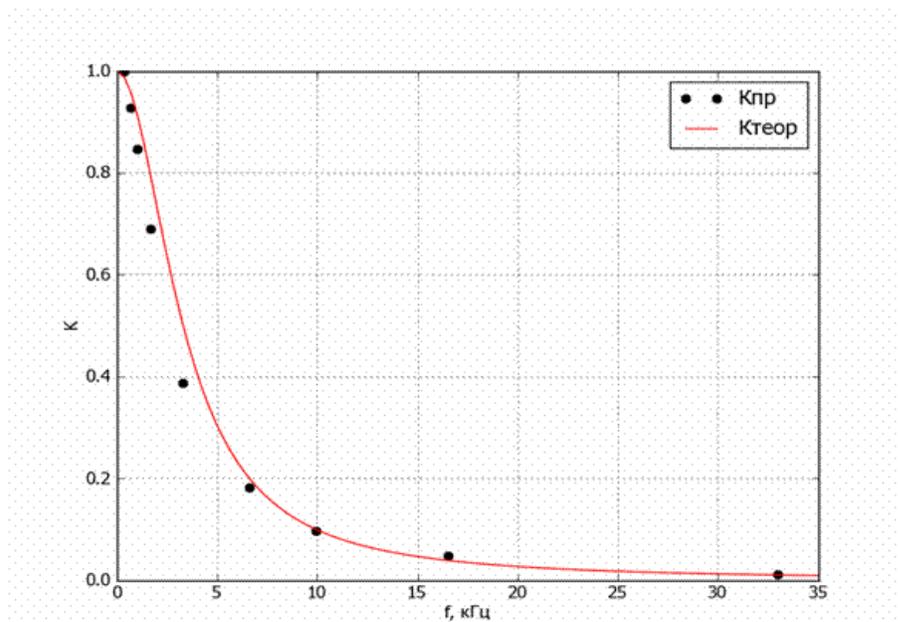


Рис. 5. Теоретическая (1) и экспериментально полученная (2) АЧХ
двухзвенного RC-фильтра нижних частот

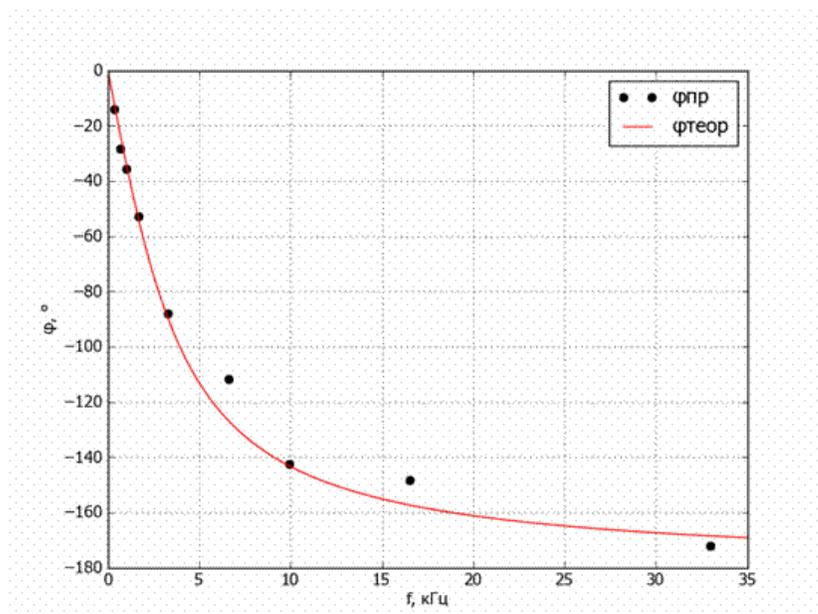


Рис. 6. Теоретическая (1) и экспериментально полученная (2) ФЧХ двухзвенного RC-фильтра нижних частот

2.3. Характеристики фильтра Вина

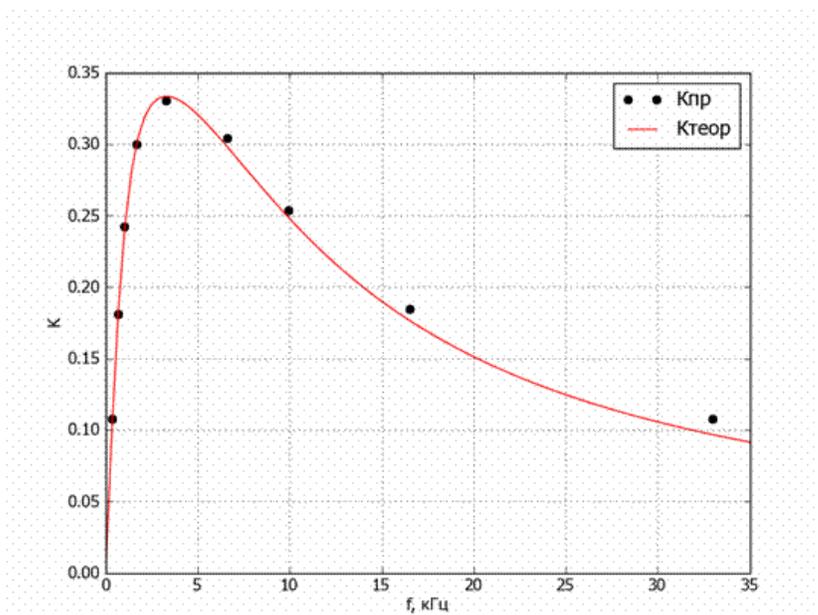


Рис. 7 Теоретическая (1) и экспериментально полученная (2) АЧХ фильтра Вина

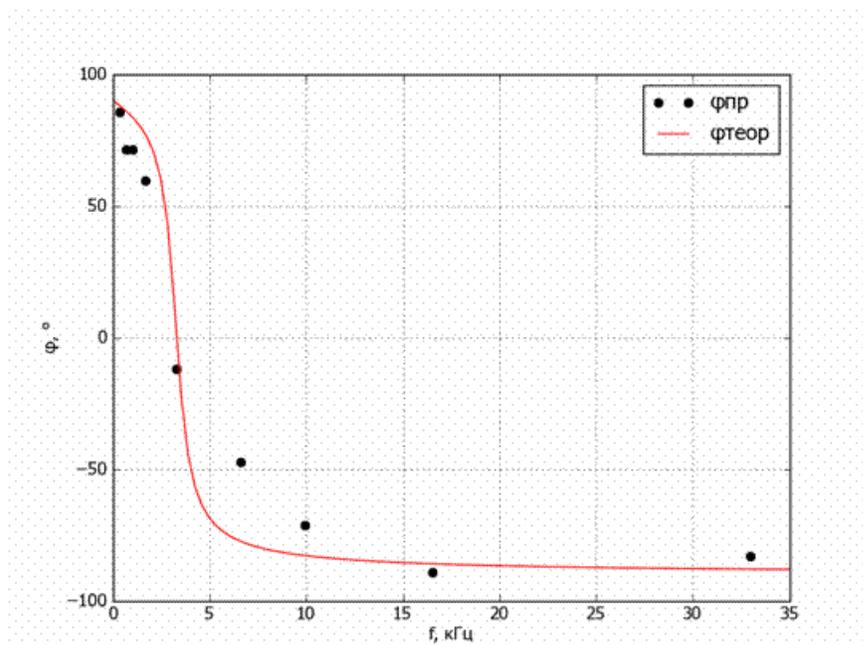


Рис. 8. Теоретическая (1) и экспериментально полученная (2) ФЧХ
фильтра Вина

1. Фильтр нижних частот пропускает только низкочастотные сигналы (рис. 3 и 5). Как видно из сравнения полученных графиков, крутизну амплитудно-частотной характеристики можно увеличить за счет применения каскадного включения однозвенных фильтров, в нашем случае – двух. При этом граничная частота остается той же, а подавление высоких частот происходит лучше. Фазовый сдвиг при этом за счет вклада второй емкости увеличивается до двух раз (рис. 4 и б).

2. Комбинации фильтров нижних и верхних частот позволяют создавать полосовые фильтры, с помощью которых их всего спектра выделяется только определенная область частот. Эта возможность продемонстрирована на приме фильтра Вина (рис. 7). Максимальный коэффициент усиления, в отличие от ФНЧ, равен $1/3$.

3. Простые фильтры хорошо поддаются теоретическому описанию, как видно из полученных экспериментальных характеристик и сравнения с математическими выкладками. Неравномерность погрешностей связана с нелинейными законами распределения частот и измерительной шкалы.